Veritas 春期講習　数学の講座について

数学の基礎力の充実を

受験生をみていて痛感したことがいくつかあります。その中でも基礎力の不足。あるいはその手前での「基礎力についての認識の不足」、数学の学習についての考え方の間違いが非常に大きなものでした。

まず 1，2 年生には数学についての考え方を明確に整理して学習をして欲しいのです。いわば数学観についての転換が必要な生徒がたくさんいます。今回の数学の授業の最大のテーマでもあります。

解ければ良い、あるいは解けることが一番大切、答えが出ることが一番大切だと思っている。そう思っている人、数学はやはり暗記するもの、解法とパターンを覚え込むことが第一と思っている人は、全力でそこから脱出してください。また基礎より応用が難しいと思っている人、抜本的に考え方を変えてください。

確かに解けなくてはいけない。けれどもっともと大切なのは強靱で柔軟な基礎力です。そしてこれが一番難しいのです。そして受験生の前に最大の壁として立ちはだかるのがこの「基礎力」なのです。

高校数学・受験数学で要求されること
あるいは大学は何を求めているのか？

大学入試や大学が要求していることは、公式をもれなく知っていて、解法のパターンをたくさん覚えていて、目の前の問題に上手くそれを当てはめて処理できるような物知りで器用な学生だろうか？

知らないより知っていた方が良い。不器用よりも器用な方が良い（私は少し異論がありますが、一般的にはそういわれていると思います。）けれど、大学が一番求めているのは違います。

知っているか知らないかよりも、**正確に深く理解していること**。正確に、とは定義や条件をしっかり把握していることであり、深くとは定義や条件がどのような関連の中にあるのかを洞察していることです。そしてその **正確に深く理解されたところから、目の前の問題を論理的に数学的に考察し解きほぐし、解答を作り上げていくことです。そういう力を見ようとして問題を作っています**。特に難関といわれる大学になればなるほど「知っているかどうか」などという水準の問題は出しません。

詳しくはパンフレットにも書きましたので、割愛しますが、同じ時間の学習をするならば、もっともっと深く、正確に数学的な論理や意味を捉えていくことにウェイトを置いて欲しいのです。

例を挙げましょう。

（1）$a > b,\quad c > d$　（ただしa,b,c,dは実数）のとき

$a-c > b-d$ はなりたつか。また $a-d > b-c$ はなりたつか。

（2）$(a+1)x > a$（すべて実数とする）を x について解け。

（3）$y = x+1$ のグラフを描け。また $y = \dfrac{x^2-1}{x-1}$ のグラフを描け。

どうでしょうか？とてもとても基礎的です。すんなり解けましたか？日頃はもっともっと複雑な問題を解いているはずですね。けれど意外なほど解けない生徒が多いのです。数学的基礎について当たり前の理解をもち、きちんと論理をおえば簡単に分かる問題です。

でもできない。（できないことが多い。）

つまり**基礎力がない状態で応用問題を解いているのです。あるいは基礎から数学の論理を組み上げていく力がない状態で問題を解いているのです。しかもある程度は解けたりすることもある**のです。けれど大学はこういう基礎から、土台からキチンと論理を構築できるような力を要求しているのです。たとえば加法定理を証明せよという問題が出されたことがます　tan1°　が無理数であることを証明せよ、という問題が出されたことがあります。いうなれば基礎理論のようなところを聞いてくるのです。

そしてこの力が数学の伸びを決定するのです。

暗記だけでは通用しないことを心に刻んで欲しい

解法をパターン化し、マニュアル化する。それは時間内で問題を捌かなくてはならない受験数学にはある程度つきものです。典型問題は瞬時に解ける。これはこれで必要です。そのためには典型問題を網羅する演習量も必要です。

けれどこの**パターン化、マニュアル化は、同時に思考停止でもある**のです。そうですよね？　考えて解くと時間がない、だからその手続きをパッケージ化してしまう。そういうことですよね？　それはつきつめれば「考えてはいけない」「考え込んではいけない」ということに帰着しがちなのです。つまりは思考の停止です。

だからこそ基礎力がつかないのです。なぜだからわかりますか？　**基礎力とは定義そのものとそこから公式（公式のようなものも含めて）への論理とその理解だからです。定義の理解は思考する、しっかりとイメージし、考えることでしかつかめないからです**。パターン化やマニュアル化以前の領域だからです。この領域では丸暗記することは通用しないのです。その意味で、**基礎こそが本当は一番難しい**のです。

学習の進め方について

これから皆さんはさまざまな問題を解いていくことになると思います。その時、つねにその問題の背後にある基礎的な諸問題、つまり定義、定理、そこから論理的に展開されてくること、そうしたことを考えて欲しいのです。**味わうようにして問題を解いて欲しい**のです。そしてせっかく解いた問題なのだから、その解答・解説からさまざまなことを学び取って欲しいのです。どうしてこういう立式をしたのか、どうしてここでこういう式変形をしているのか、その発想の源は何か、どこから沸いてくるのか……　そういうところに数学のもっとも数学的なところが潜んでいるように思うのです。解答を知ること、解法を知ること、情報としてそれらを知っておくことも必要です。しかしそれ以上に、**解答のように、解法のように自分も考えることができるようになること。解法を知るだけでなく、その解答を書いている人のように考えることができるようになること**です。これが大切なの

です。

具体的に考えること　一般的にまとめあげること

自分で考えるように、といってもなかなかそうは簡単ではありません。

そこでぜひ行って欲しいことは、一般的・抽象的なことを具体的に考えること。具体的なことを一般化すること。この二つです。

一口に言ってもなかなか上手くつかめないかもしれません。そこで今回の講座では関数や曲線を切り口に考え見ます。通常、微分や積分、その他の問題の中に散らばっているものを集めて、例えば 3 次関数とは基本的にどういう性格を持っているのか、数Ⅲで出てくるサイクロイドやアステロイドといった曲線はなんだろうか。こういうことに焦点を当ててみます。いつもと違う数学の顔を見ることができるように準備しています。

【数学の論理】（数ＩＡ・IIＢ）全４コマ

（1）内容

数学的な論理。必要条件や十分条件と聞くと嫌だなと思う人が少なくないと思います。できれば論理と命題の問題は避けて通りたいなと思っている人は多いと思います。

しかし避けられない。もっとハッキリ言えば、論理と命題は数Aの一つの単元になっているけれど、他の単元と同じに扱うことができないものなのです。極端に言えば数学の全体が＜論理と命題＞の上に乗っているのです。ここが弱いと問題集の解答や解説を読んだときに、そこから読み取れるものが狭く限定されてしまいます。いまのうちにしっかりした論理力、その出発点を獲得しておけばこれからの学習の密度がかなり変わってくると思います。

（2）概要

４コマで行います。

基本的には数ＩＡとⅡの前半を終了しているならば受講できます。

要予習です。問題を解き、一度は自分で考えてこなければ意味がありません。考えるための講座ですから。

論理として等式よりも不等式の方が難しいので、不等式の扱いも多くなります。

【不等式の基礎と演習】（数ＩＡ・IIＢ）全４コマ

（1）内容

苦手が多い不等式です。不等式が上手く扱えない生徒がかなりたくさんいます。しかも不等式は、あらゆる単元に登場してきます。数学において大小関係を評価することは非常にシンプルで、かつ奥深いことだからです。この不等式を１次式から２変数関数、微積にかけて扱います。

（2）概要

４コマで行います。基本的に数ＩＡ、ⅡＢの内容です。

要予習です。問題は必ず解いてきてください。

不等式の基本的な扱い、解法、視覚化などが中心的なテーマになりますが、不等式を扱う基準として等式の扱い方についてもある程度講義します。

【数学の論理】と同じ問題は扱いませんが、内容的には多少重なります。

【ベクトル】（数ＩＡ・IIＢ）全６コマ

(1) 内容　ベクトルについて。基礎から応用まで。

(2)概要　とくにベクトル方程式やベクトルの本来の威力の発揮の仕方を演習を通してつかみ取ってもらいます。

【微積と様々な曲線】(数ⅢＣを含む)全６コマ

(1)内容　サイクロイド、アステロイド、カテナリーなどの曲線群、凸関数の性質など。

(2)概要　数式の読み方を含めて、主要な曲線、関数を扱います。基本から応用まで含みます。

【2次・3次関数の特徴】(数ＩＡ・ⅡＢ)全４コマ

(1)内容　上記の整関数版です。整関数全体の性質からとくに２次関数、３次関数の特徴を扱います。

(2)概要　数式の扱い方とグラフの関係。数式のいわば読み方、さらには連立方程式の同値変形なども視野にいれて行う予定です。

【融合問題ＩＡ・ⅡＢ編】(全４コマ)　と

【融合問題ⅢＣ編】(全4コマ)

(1)問題の読み方という共通の問題意識を持った講座です。

問題をどう読み解き、どうアプローチするのかということに焦点をあて、問題数よりも１問を多角的に捉えていくことに主眼をおきます。

(2)融合問題はどこの単元にも入れにくいので、どうしても学校での演習や通常の問題集や参考書では収まりが悪いものです。しかし実際の入試問題はかなりの程度、融合問題になっています。

とくに確率・漸化式（自分で作らないといけないものも多い）と微積分、ベクトル・図形・三角関数、そして整数問題。様々なものが絡んできます。じっくり解きほぐしていきます。

あわせて別の角度からの検討も時間の許す限り行っていきます。